

Durée de l'épreuve : 2 heures

**Consignes à respecter :**

1. Les calculatrices sont autorisées.
2. Une feuille de formules, au format A4, en recto verso est autorisée.
3. Les Téléphones portables sont interdits.

**Barème : Exercice 1 : 5 points ; exercice 2 : 7 points ; exercice 3 : 8 points + 2 points question facultative**

**Exercice : 1** On a mesuré la longueur en *mm* d'épis d'une variété de maïs. Les données classées figurent sur le tableau suivant :

<i>Longueur en mm</i>	112	114	116	118	120	122	124	126	128	130	132	134	136	138
<i>Nombre d'épis</i>	9	12	15	16	18	22	28	24	21	16	12	8	6	3

1. Quel est la nature du caractère étudié ?
2. Calculer la moyenne et l'écart-type.
3. Déterminer les limites de classes à partir du tableau ci-dessus.
4. Dessiner le polygone des fréquences **cumulées**.
5. Placer, sur le graphique, la médiane et les quartiles.

**Exercice : 2** On étudie une variété de papillons qui se présentent sous l'une des trois couleurs suivantes : jaune, orange ou noire . On a remarqué que dans les régions au climat rigoureux les papillons noirs semblaient être, en proportion, plus nombreux que dans les régions dont le climat est doux. On a donc observé deux échantillons de ces papillons, l'un de 360 et l'autre de 180 papillons sous l'un et l'autre climat, et obtenu les résultats suivants :

Régions	Papillons		
	noirs	oranges	jaunes
Climat doux	42	164	154
Climat rude	39	73	68

On se propose de tester l'hypothèse ( $H_0$ ) suivante : les deux caractères sont indépendants.

1. Quelle est la nature des 2 caractères dont on teste l'indépendance.
2. Quel le nombre  $\nu$  de degré de liberté ?
3. Déterminer le tableau des effectifs théoriques sous l'hypothèse ( $H_0$ ).
4. Conclure au moyen d'un test du  $\chi^2$  au niveau de confiance de  $1 - \alpha = 0.95$ .

On rappelle les valeurs critiques  $\chi_\alpha^2$  pour  $\alpha = 0.05$  et plusieurs valeurs de  $\nu$  : nombre de degré de liberté.

$\nu$	1	2	3	4	5
$\chi_\alpha^2$	3.8415	5.9915	7.8147	9.4877	11.070

**Exercice : 3** Le coucou gris (*Cuculus carnorus*) ne nidifie pas et parasite le nid d'autres variétés d'oiseaux en y pondant un œuf, qu'il ne couve pas. Il a aussi la particularité de parasiter un nid appartenant au même type d'oiseau que ses « parents adoptifs ».

☞.1 - On a mesuré la longueur, notée  $\mathbf{X}$  en  $mm$  des œufs d'un échantillon de 144 œufs provenant d'une population de coucou (*Cuculus carnorus*) parasitant des nids de Rousserolle effarvate nichant dans une roselière. On a trouvé une longueur moyenne de  $21.8 mm$  avec un écart-type de  $1.53 mm$ .

- En supposant que  $\mathbf{X}$  suit la loi normale, déterminer un intervalle centré en  $m = 21.8 mm$  contenant 90% des individus de l'échantillon.
- Déterminer une estimation par intervalle de confiance pour la longueur moyenne d'un œuf de coucou parasitant un nid de Rousserolle effarvate au niveau de confiance de : a)  $1 - \alpha = 0.95$ ; b)  $1 - \alpha = 0.99$ .
- On émet l'hypothèse que le coucou adapte la taille de ses œufs à la taille des œufs des nids qu'il parasite. On affirme que la longueur moyenne des œufs pondus par le coucou dans les nids d'une autre espèce d'oiseau est de  $22.85 mm$  avec le même écart-type ( $1.53 mm$ ). Confirmez-vous cette hypothèse ? Répondre au moyen d'un test au niveau de confiance de  $1 - \alpha = 0.95$ .

☞.2 - On estime à 16% la proportion de nids de Rousserolle parasités par un œuf de coucou.

- Pour un échantillon de 28 nids de Rousserolle dans une roselière. Quelle est la probabilité de trouver un nombre de nids parasités compris entre 3 et 5 inclus ?
- On a identifié 250 nids de Rousserolle dans une roselière. Quelle est la probabilité de trouver un nombre de nids parasités compris entre 30 et 50 inclus ? ( On utilisera l'approximation d'une loi binomiale  $\mathcal{B}(n, p)$  par la loi normale  $\mathcal{N}(np, \sqrt{npq})$ ).
- Question facultative**<sup>1</sup>Un ornithologue veut former un échantillon de 30 œufs de coucou pour une étude statistique. Quel est le nombre minimum, noté  $N$ , de nids de Rousserolle effarvate qu'il devra visiter pour récolter 30 œufs de coucou, avec une probabilité supérieure à 95%. ( on obtient une équation du second degré en  $x = \sqrt{N}$ )

On suppose que la variable  $z$  suit la loi normale centrée réduite  $\mathcal{N}(0, 1)$ . On rappelle des valeurs (approchées) de  $z_\alpha$  telles  $P(z \leq z_\alpha) = 1 - \alpha$ .

$1 - \alpha$	0.95	0.955	0.96	0.965	0.975	0.995
$z_\alpha$	1.645	1.7	1.75	1.81	1.96	2.58

1. Cette question est hors barème, elle ne pénalise pas, elle ne peut que rapporter des points sans dépasser 20 sur