

Durée de l'épreuve : 2 heures.

Les calculatrices et une feuille de formules, au format A4, en recto verso sont autorisées.  
 Les téléphones portables sont interdits.

Quel est le modèle exact de votre calculatrice ? :

**Exercice : 1** On observe, au microscope, une goutte de sang diluée dans un liquide isotonique. On mesure le diamètre, noté  $X$ , en microns ( $\mu m$ ) d'un certain nombre d'hématies et on range les valeurs de  $X$  dans des classes décrites par le tableau suivant :

Centre des classes	5.4	6	6.6	7.2	7.8	8.4	9.0	9.6
Effectifs $n_i$	12	45	70	250	278	190	140	15

- ☞.1 - Quelle est la nature du caractère étudié ?
- ☞.2 - Calculer la moyenne et l'écart-type.
- ☞.3 - Recopier et remplir le tableau suivant :

classes	[5.1-5.7[	[5.7-6.3[	[6.3-6.9[	[6.9-7.5[	[7.5-8.1[	[8.1-8.7[	[8.7-9.3[	[9.3-9.9]
Fréquences ( $\frac{n_i}{\sum_i n_i}$ )								
Fréquences cumulées								

- ☞.4 - Dessiner le polygone des fréquences cumulées, placer la médiane ( $Q_2 = Me = P_{50\%}$ ) et les quartiles :  $Q_1$  et  $Q_3$ .
- ☞.5 - Calculer le 1<sup>er</sup> quartile, noté  $Q_1$ , le 3<sup>ème</sup> quartile, noté  $Q_3$ , l'écart inter-quartile  $e = Q_3 - Q_1$  et la médiane.

**Exercice : 2** **Préférence du type de coquilles par les Bernard-l'ermites.**

Dans une étude sur l'écologie du bernard-l'ermite, un échantillon de coquilles de 3 espèces de gastéropodes a été collecté. La présence d'un bernard-l'ermite a ensuite été recherchée dans chaque coquille ( Les coquilles abritant des gastéropodes ont été exclues de l'étude ).

Les données figurent sur le tableau suivant :

Espèces de gastéropodes	Nombre de coquilles occupées	Nombre de coquilles vides
Austrocochholea porcata	47	42
Austrocochholea constricta	143	182
Bembicium nanum	125	42

On veut déterminer si le Bernard-l'ermite a une préférence pour un certain type de coquilles.

- ☞.1 - Expliciter avec précision les hypothèses ( $H_0$ ) et ( $H_1$ ).
- ☞.2 - Sous l'hypothèse ( $H_0$ ), déterminer le tableau des effectifs calculés (attendus).
- ☞.3 - Calculer  $\chi_{calc}^2$  et préciser le degré de liberté  $\nu$ .

---

☞.4 - Conclure au risque  $\alpha = 0.05$ .

On rappelle les valeurs critiques  $\chi_\alpha^2$  pour  $\alpha = 0.05$  et plusieurs valeurs de  $\nu$  : degrés de liberté.

$\nu$	1	2	3	4	5	6
$\chi_\alpha^2$	3.84145	5.99146	7.81472	9.4872	11.07049	12.59158

**Exercice : 3** Dans le cadre de son travail de recherche en Master 2, un étudiant répète 30 fois à l'aide d'un spectromètre de masse la mesure de la composition isotopique en Pb (rapport  $^{206}\text{Pb}/^{207}\text{Pb}$ ) d'un échantillon de tourbe. Il s'agit de la procédure normale pour la mesure des compositions isotopiques ; le résultat final correspondant à la moyenne des répétitions. Il obtient les résultats suivants :

1.098	1.099	1.106	1.104	1.101	1.095	1.100	1.100	1.105	1.097
1.095	1.102	1.102	1.105	1.094	1.097	1.106	1.108	1.103	1.105
1.097	1.096	1.106	1.098	1.101	1.098	1.104	1.102	1.103	1.094

- ☞.1 - Quel est l'intervalle de confiance de la moyenne à 95% de confiance ? ( On rappelle que la probabilité  $\mathbf{P}(z \leq 1.96) = 0.975$  où  $z$  suit la loi normale centrée réduite.)
- ☞.2 - En supposant que la mesure d'une réplique (répétition) répond à une distribution normale  $\mathcal{N}$  : de moyenne  $\mu = 1.101$ ; et d'écart-type  $\sigma = 0.004$ , quelle serait la probabilité d'obtenir une des répliques à exactement 1.105654787444 ?
- ☞.3 - Toujours en supposant une distribution normale des répliques  $\mathcal{N}$  :  $\mu = 1.101$  ;  $\sigma = 0.004$ , quelle est la probabilité d'obtenir une réplique supérieure à 1.105 ?
- ☞.4 - Que doit faire l'opérateur s'il désire diminuer l'amplitude de l'intervalle de confiance de moitié ?
- ☞.5 - Lors d'une précédente étude, il avait été suggéré que ce type d'échantillon devrait présenter un rapport  $^{206}\text{Pb}/^{207}\text{Pb} = 1.104$ . Qu'en pensez-vous ? (Réponse avec un test au risque de  $\alpha = 0.05$ )